



الاجابات نهية الصفحة

الوحدة الأولى : العلاقات والدوال حاصل الضرب الديكارتي

أولاً : أكمل

- (١) إذا كان $(أ + ٥ ؛ ٣) = (٨ ؛ ب - ١)$ فإن $أ = \dots$ ؛ $ب = \dots$
- (٢) إذا كان $(س^٥ ؛ ص^١) = (٣٢ ؛ \sqrt[٢٧]{٢})$ فإن $س = \dots$ ؛ $ص = \dots$
- (٣) إذا كان $(س - ١ ؛ ١١) = (٨ ؛ ص + ٣)$ فإن $\sqrt[٢]{س + ٢} = \dots$
- (٤) إذا كانت $س = (س - ٢) = ٩$ ، فإن $س = (س) = \dots$
- (٥) إذا كانت $س \times ص = \{(٦ ، ٢) ، (٩ ، ٢) ، (٦ ، ٣) ، (٩ ، ٣) ، (٦ ، ٥) ، (٩ ، ٥)\}$ ، فإن $س = \dots$ ؛ $ص = \dots$ ؛ $ص = \dots$
- (٦) إذا كانت $س \times ص = \{(٣ ، ٢) ، (٤ ، ٢) ، (٥ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٣) ، (٥ ، ٣)\}$ ، فإن $س = \{(٣ ، ٤) ، (٤ ؛ ٤) ، (٥ ، ٤)\}$ ؛ $ص = \dots$ ؛ $ص = \dots$ ؛ $ص = \dots$

نلهمك لتبتدع ...!

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- (١) إذا كان $س = (س) = ٣$ ، $س = (س \times ص) = ١٢$ فإن $س = (ص)$ تساوي

٤ (أ) ٩ (ب) ١٥ (ج) ٣٦ (د)

(٢) إذا كان $(٥, ٣) \in \{٣, ٦\} \times \{٨, ٩\}$ فإن $.....=$

٨ (أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٣ (د)

(٣) إذا كانت النقطة $(٥, ٧)$ تقع على محور السينات فإن $.....=$

٢ (أ) ٥ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د)

(٤) إذا كانت النقطة $(٤, ٢)$ حيث $س \in$ تقع في الربع الثالث فإن $س$

تساوي:.

٢ (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د)

ثالثاً:

(١) إذا كانت $س = \{٣, ٢\}$ فإن $س \cap \{٥, ٤, ٣\}$ أوجد:

(أ) $س \cap$ ومثله بمخطط سهمي وآخر بياني. (ب) $س \cap (س \times س)$

(ج) $س \cap$ (د) $(س \times س) \cap س$.

(٢) إذا كان $س \times س = \{(١, ١), (٣, ١), (٥, ١)\}$ أوجد:

(أ) $س \cap س$ (ب) $س \times س$ (ج) $س \cap$.

(٣) إذا كان: $س = \{٣, ٤\}$, $س = \{٤, ٥\}$, $ع = \{٥, ٦\}$ فأوجد:

(أ) $س \times (س \cap ع)$ (ب) $(س \times س) \times ع$ (ج) $(س \times س) \times (ع - س)$

(٤) على شبكة بيانية متعامدة لحاصل الضرب الديكارتي $ع \times ع$ عين النقط الآتية:

أ (٤، ٥)، ب (٦، -٣)، ج (-٢، ٧)، د (-١، ٦)، هـ (-٤، -٥)، م (٠، ٦)، ك (٩، ٠) ثم

اذكر الربع الذي تقع فيه أو المحور الذي تنتمي إليه كل من هذه النقاط.

٥) إذا كانت $s = \{١، ٥، ٦\}$ ، $v = \{٢، ٤، ٥\}$ فأوجد:

أ) $s \times v$ ب) $v \times s$ ومثلة بمخطط سهمي وآخر بياني.

٦) إذا كانت $s = [-٢، ٣]$ ، أوجد المنطقة التي تمثل $s \times s$.

بين أي من النقاط التالية تنتمي إلى حاصل الضرب الديكارتي $s \times s$

أ (١، ٢)، ب (-٣، ١)، ج (-١، ٤)، د (٢٠، ٠)

العلاقات

تمارين (١ - ٢)

١) إذا كانت $s = \{١، ٢، ٣، ص\}$ ، $v = \{١٢، ٢١، ٤٧، ٥٢\}$ وكانت ع علاقة من s

إلى v حيث أ ع ب تعني: (أ رقم من أرقام العدد ب)، لكل أ $\exists s$ ، ب $\exists v$

أولاً: اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

ثانياً: بين أي مما يلي صواب مع ذكر السبب:

٢) إذا كانت $s = \{١، ٢، ٤، ٦، ١٠\}$ ، وكانت ع علاقة على s حيث أ ع ب تعني

(أ مضاعف ب)، لكل أ، ب $\exists s$ ، اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

٣) إذا كانت $s = \{2, 4, 5, 7\}$ ص $= \{4, 5, 6, 7, 9\}$ وكانت ع علاقة من s إلى s حيث أ ع ب تعني $(A \geq B)$ ، لكل أ، $\exists s$ ، $\exists s$ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

٤) إذا كانت $s = \{1, 2, 3\}$ ص $= \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\}$ وكانت ع علاقة من s إلى s حيث أ ع ب تعني: «العدد أ هو المعكوس الضربي للعدد ب» لكل أ $\exists s$ ؛ ب $\exists s$ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

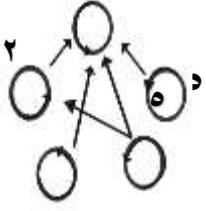
٥) إذا كانت $s = \{1, 3, 4, 5\}$ ص $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ وكانت ع علاقة من s إلى s حيث أ ع ب تعني « $A + B = 7$ » لكل أ $\exists s$ ، ب $\exists s$ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

٦) إذا كانت $s = \{-1, 1, 2, 3\}$ ص $= \{0, 1, 4, 6, 9\}$ وكانت ع علاقة من s إلى s حيث أ ع ب تعني « $A = 2B$ » لكل أ $\exists s$ ، ب $\exists s$ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

٧) إذا كانت $s = \{-2, 1, 10, 2\}$ ص $= \{3, 1, 3, 8\}$ وكانت ع علاقة من s إلى s حيث أ ع ب تعني « $A = 3B$ » لكل أ $\exists s$ ، ب $\exists s$ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

٨) إذا كانت $s = \{2, 3, 4\}$ ص $= \{6, 8, 10, 11, 15\}$ وكانت ع علاقة من s إلى s حيث أ ع ب تعني «أ تقسم ب» لكل أ $\exists s$ ، ب $\exists s$ اكتب بيان ع . s

٩) الشكل المقابل:



يمثل المخطط السهمي للعلاقة ع المعرفة على المجموعة $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ د

اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بياني.

٣ ٤

الدالة (التطبيق)

هل تعلم أن: د: س ← ص وتقرأ: « د دالة من س إلى ص »

. أ، د (س) = ص وتقرأ: د دالة حيث د (س) = ص

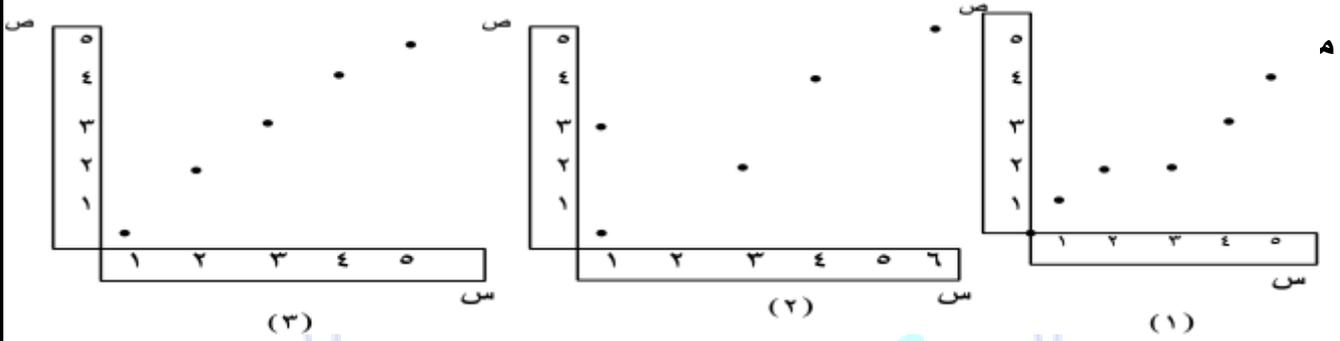
مدى الدالة د هو مجموع وعة صور عناصر المجموعة المجال س بالدالة د :-

تمارين (٣-١)

أي من العلاقات التالية تمثل دالة من س إلى ص؟ وإذا كانت العلاقة تمثل دالة، فأوجد

مدى	دالة	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س
٢	٤	٢	٤	٣	٩	٣	٩	٣	٩

أي من العلاقات التالية تمثل دالة من s إلى v ؟ وإذا كانت العلاقة تمثل دالة، فأوجد



إذا كانت $s = \{2, 5, 8\}$ ، $v = \{10, 16, 24, 30\}$ وكانت v علاقة من s إلى v حيث $a \in v$ تعني « a عامل من عوامل b » لكل $a \in s$ ، $b \in v$ اكتب بيان v ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني. هل v دالة؟ ولماذا؟

(4) إذا كانت $s = \{0, 1, 4, 7\}$ ، $v = \{1, 3, 5, 6\}$ ، v علاقة من s إلى v حيث $a \in v$ تعني: « $a + b > 8$ » لكل $a \in s$ ، $b \in v$ اكتب بيان v ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني. هل v دالة ولماذا؟

(5) إذا كانت $s = \{1, 2, 4, 6, 10\}$ وكانت v علاقة على s حيث $a \in v$ تعني: « a مضاعف b » لكل $a \in s$ ، اكتب بيان v ، ومثلها لمخطط سهمي وآخر بياني. هل v دالة ولماذا؟

٦) إذا كانت $s = \{1, 2, 3, 6, 11\}$ وكانت E علاقة على A حيث $A \in B$ تعني: « $1 +$

٢ = عدد فردي» لكل A ، $B \in s$ ، اكتب بيان E ومثلها بمخطط سهمي. هل E دالة؟

ولماذا؟.



بصمة
نلهمك لتبدع...!

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) إذا كان $u = (س, ٣)$ ، $u = (س \times ص, ١٢)$ فإن $u = (ص, ١٢)$ تساوي:

- (أ) ٤ (ب) ٩ (ج) ١٥ (د) ٣٦

التوضيح: $u = (س \times ص, ١٢) = (س, ٣) \times (ص, ٤) = (س \times ص, ١٢)$ \Rightarrow $ص = ٤$

$$٤ = \frac{١٢}{٣}$$

(٢) إذا كان $(٥, ٣) \in \{٣, ٦\} \times \{٣, ٨\}$ فإن $س =$

- (أ) ٨ (ب) ٦ (ج) ٥ (د) ٣

التوضيح: $\{(٣, ٨), (٣, ٦), (٥, ٣), (٥, ٦)\} = \{٣, ٨\} \times \{٣, ٥\}$ \Rightarrow $س = ٥$

(٣) إذا كانت النقطة $(٥, ب - ٧)$ تقع على محور السينات فإن $ب =$

- (أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ١٢

التوضيح: النقطة تقع على محور السينات \leftarrow المسقط الثاني = صفر \leftarrow

$$ب - ٧ = صفر \leftarrow ب = ٧$$

(٤) إذا كانت النقطة $(س - ٤, ٢ - س)$ حيث $س \in$ تقع في الربع الثالث فإن $س$

تساوي:

- (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

التوضيح: النقطة تقع في الربع الثالث \leftarrow الإشارة $(-, -)$ \leftarrow ٣ هو العدد الذي

يحقق ذلك

ثالثاً:

(١) إذا كانت $S = \{2, 3\}$ و $M = \{3, 4, 5\}$ أوجد:

(أ) $S \cap M$ ومثله بمخطط سهمي وآخر بياني.

$$S \times M = \{(2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 3), (3, 4), (3, 5)\}$$

(ب) $M \cup (S \times M) = (M \cup S) \times M = 2 \times 3 = 6$

(ج) $M \cup (S \times M) = (M \cup S) \times M = 2 \times 3 = 6$

(د) $(S \times M) \cap M^2 = M^2 \times M = \{5, 4, 3\} \times \{5, 4, 3\} =$

$=$

$$\{(5, 5), (4, 5), (3, 5), (5, 4), (4, 4), (3, 4), (5, 3), (4, 3), (3, 3)\}$$

$$(S \times M) \cap M^2 = \{(2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 3), (3, 4), (3, 5)\}$$

(٢) إذا كان $S = \{1, 2, 3\}$ و $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ أوجد:

(أ) $S \cap M$ (ب) $S \times M$ (ج) M^2

الحل: (أ) $S = \{1\}$, $M = \{5, 3, 1\}$

(ب) $S \times M = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$

(ج) $M^2 = M \times M =$

$$\{(5, 5), (3, 5), (1, 5), (5, 3), (3, 3), (1, 3), (5, 1), (3, 1), (1, 1)\}$$

(٣) إذا كان: $S = \{3, 4\}$, $M = \{4, 5\}$, $E = \{6, 5\}$ فأوجد:

$$(أ) \text{ سـ} \times (\text{صـ} \cap \text{عـ}) \quad (ب) (\text{سـ} - \text{صـ}) \times \text{عـ} \quad (ج) (\text{سـ} - \text{صـ}) \times (\text{صـ} - \text{عـ})$$

$$\text{الحل: (أ)} \quad \{(0, 4), (0, 3)\} = \{0\} \times \{4, 3\}$$

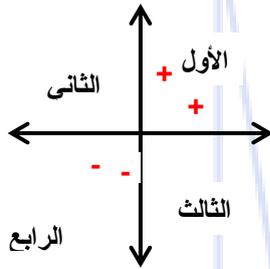
$$(ب) \quad \{(0, 3), (6, 3)\} = \{0, 6\} \times \{3\}$$

$$(ج) \quad \{(4, 3)\} = \{4\} \times \{3\}$$

٤) على شبكة بيانية متعامدة لحاصل الضرب الديكارتي $\text{ع} \times \text{ع}$ عين النقاط الآتية:

أ (٥، ٤)، ب (٣، ٦)، ج (٧، ٢-)، د (٦، ١-)، هـ (٥، ٤-)، م (٦، ٠)، ك (٠، ٩) ثم

أذكر الربع الذي تقع فيه أو المحور الذي تنتمي إليه كل من هذه النقاط.



الحل: نكتفي بتحديد إشارة كل ربع:

الربع الأول (+, +), الربع الثاني (-, +)

الربع الثالث (-, -), الربع الرابع (+, -)

أ (٥، ٤) \exists الربع الأول ج (٧، ٢-) \exists الربع الثاني

ب (٣، ٦) \exists الربع الرابع د (٦، ١-) \exists الربع الثاني هـ (٥، ٤-) \exists الربع الثالث

الربع الثالث

* تذكر أن (عدد، ٠) تقع على محور السينات، (٠، عدد) تقع على محور الصادات

م (٦، ٠) \exists محور الصادات ك (٠، ٩) \exists محور السينات

٥) إذا كانت $\text{سـ} = \{١، ٥، ٦\}$ ، $\text{صـ} = \{٢، ٤، ٥\}$ فأوجد:

أ) $س \times س$ (ب) $س \times س$ ومثلة بمخطط سهمي وآخر بياني (ج) $س$

$(س \times س)$

الحل: أ) $س \times س =$

$\{(س, ٦), (٤, ٦), (٢, ٦), (س, ٥), (٤, ٥), (٢, ٥), (س, ١), (٤, ١), (٢, ١)\}$

(ب) $س \times س =$

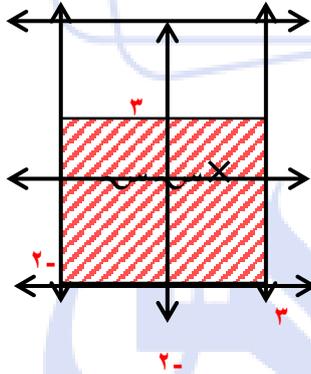
$\{(٦, ٥), (٥, ٥), (١, ٥), (٦, ٤), (٥, ٤), (١, ٤), (٦, ٢), (٥, ٢), (١, ٢)\}$

(ج) $س = (س \times س) = س \times س = ٣ \times ٣ = ٩$

٦) إذا كانت $س = [٣, ٢ -]$ ، أوجد المنطقة التي تمثل $س \times س$

بين أي من النقاط التالية تنتمي إلى حاصل الضرب الديكارتي $س \times س$

أ) $(٢, ١)$ ، ب) $(٣, ١ -)$ ، ج) $(٤, ١ -)$ ، د) $(٠, ٢ -)$



الحل: أ) $(٢, ١) \in س \times س$

ب) $(٣, ١ -) \in س \times س$

ج) $(٤, ١ -) \in س \times س$

د) $(٠, ٢ -) \in س \times س$

للهمةك لتبدع...!

العلاقات

١) إذا كانت $\sim = \{١, ٢, ٣\}$ ، $\sim = \{١٢, ٢١, ٤٧, ٥٢\}$ وكانت ع علاقة من \sim

إلى \sim حيث أ ع ب تعني : (أ رقم من أرقام العدد ب)، لكل أ $\exists \sim$ ، ب $\exists \sim$

أولاً : اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

ثانياً : بين أي مما يلي صواب مع ذكر السبب: ١ ع ٥٢، ٢ ع ٢١، ٣ ع ٤٧

الحل: بيان ع = $\{(١٢, ١), (٢١, ١), (١٢, ٢), (٢١, ٢), (٥٢, ٢)\}$

١ ع ٥٢ لا تمثل علاقة لأن ١ ليس من أرقام ٥٢

٢ ع ٢١ تمثل علاقة لأن ٢ هي رقم عشرات العدد ٢١

٣ ع ٤٧ لا تمثل علاقة لأن ٣ ليس من أرقام ٤٧

٢) إذا كانت $\sim = \{١, ٢, ٤, ٦, ١٠\}$ ، وكانت ع علاقة على \sim حيث أ ع ب تعني

(أ مضاعف ب)، لكل أ، ب $\exists \sim$ ، اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

الحل: (أ مضاعف لـ ب) ← (أ تقبل القسمة على \sim)

بيان ع =

$\{(١, ١), (١, ٢), (٢, ٢), (١, ٤), (٢, ٤), (٤, ٤), (١, ٦), (٢, ٦), (٦, ٦), (١, ١٠), (٢, ١٠)\}$

$\{(١٠, ١٠)\}$

٣) إذا كانت $\sim = \{٢, ٤, ٥, ٧\}$, $\sim = \{٤, ٥, ٦, ٧, ٩\}$ وكانت \sim علاقة من \sim

إلى \sim حيث \sim أ \sim ب تعني $(\sim \geq \sim)$, لكل \sim أ, $\sim \sim$, $\sim \sim$ اكتب بيان \sim ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

الحل: بيان $\sim =$

$\{(٤, ٢), (٥, ٢), (٦, ٢), (٧, ٢), (٩, ٢), (٤, ٤), (٥, ٤), (٦, ٤), (٩, ٤), (٥, ٥), (٩, ٥)\}$

$\{(٦, ٥), (٧, ٥), (٩, ٥), (٧, ٧), (٩, ٧)\}$

٤) إذا كانت $\sim = \{١, ٢, ٣\}$, $\sim = \{١, \frac{١}{٢}, \frac{١}{٣}, \frac{١}{٥}\}$ وكانت \sim علاقة من \sim إلى \sim حيث

أ \sim ب تعني: (العدد أ هو المعكوس الضربي للعدد ب) لكل \sim أ \sim ب؛ $\sim \sim$ اكتب بيان \sim ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

الحل: (أ معكوساً ضربياً لـ ب) \leftarrow (أ = مقلوب \sim)

بيان $\sim = \{(١, ١), (٢, \frac{١}{٢}), (٣, \frac{١}{٣})\}$

٥) إذا كانت $\sim = \{١, ٣, ٤, ٥\}$, $\sim = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$ وكانت \sim علاقة من \sim

إلى \sim حيث \sim أ \sim ب تعني $(\sim = \sim + ٧)$ لكل \sim أ \sim ب؛ $\sim \sim$ اكتب بيان \sim ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

الحل: بيان $\sim = \{(١, ٦), (٢, ٥), (٣, ٤), (٤, ٣), (٥, ٢), (٦, ١)\}$

٦) إذا كانت $s \sim = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ و $v \sim = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 9\}$ وكانت ع علاقة من s إلى v حيث أ ع ب تعني (أ = ٢ ب) لكل أ $\exists s$ ، ب $\exists v$ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

الحل: بيان ع = $\{(1, -1), (1, 1), (0, 0), (2, 4), (3, 9)\}$

٧) إذا كانت $s \sim = \{-2, 1, 10, 2\}$ و $v \sim = \{1, 3, 8, \text{!Error}, \text{!Error}\}$ وكانت ع علاقة من s إلى v حيث أ ع ب تعني (أ = ٣ ب) لكل أ $\exists s$ ، ب $\exists v$ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

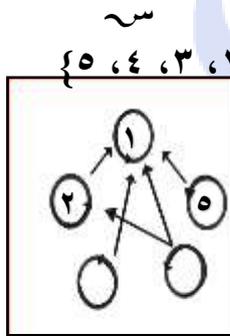
الحل: بيان ع = $\{(1, 1), (2, 8)\}$

٨) إذا كانت $s \sim = \{2, 3, 4\}$ و $v \sim = \{6, 8, 10, 11, 15\}$ وكانت ع علاقة من s إلى v حيث أ ع ب تعني (أ تقسم ب) لكل أ $\exists s$ ، ب $\exists v$ اكتب بيان ع.

الحل: (أ تقسم على ب) ← (ب تقبل القسمة على أ)

بيان ع = $\{(2, 6), (2, 8), (3, 10), (3, 15), (4, 12), (4, 16)\}$

٩) الشكل المقابل:



٣ ٤

الحل: بيان ع = $\{(1, 1), (1, 5), (5, 5), (2, 2), (2, 1), (4, 4)\}$

$\{(1, 4), (2, 4), (3, 3), (3, 1)\}$

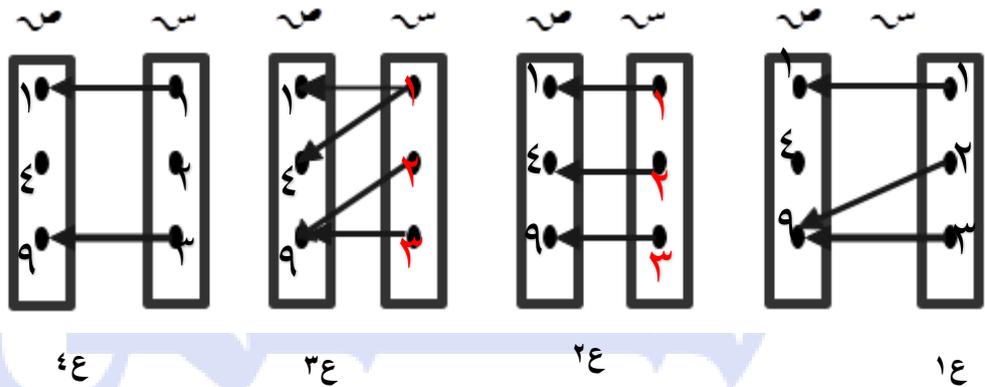
الدالة (التطبيق)

هل تعلم أن: د ← ص وتقرأ: (د دالة من ص إلى ص)

أ، د (ص) = ص وتقرأ: د دالة حيث د (ص) = ص

مدى الدالة د هو مجموع وعة صور عناصر المجموعة المجال بالدالة د :-

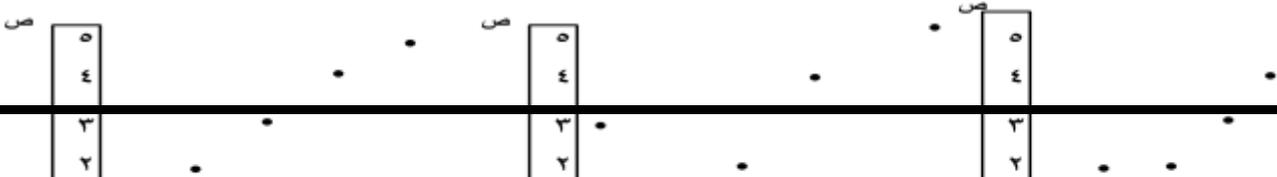
١) أي من العلاقات التالية تمثل دالة من ص إلى ص؟ وإذا كانت العلاقة تمثل دالة، فأوجد مدى الدالة.



الحل: ١ع : تمثل دالة: مداها = $\{(1, 9)\}$ لتبتدع ...!

٢ع : تمثل دالة: مداها = $\{(1, 4, 9)\}$

٢) أي من العلاقات التالية تمثل دالة من ص إلى ص؟ وإذا كانت العلاقة تمثل دالة، فأوجد مدى الدالة.



٣) إذا كانت $S = \{2, 5, 8\}$ ، $V = \{10, 16, 24, 30\}$ وكانت E علاقة من S إلى V حيث $A \in B$ تعني « A عامل من عوامل B » لكل $A \in S$ ، $B \in V$ اكتب بيان E ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني. هل E دالة؟ ولماذا؟

٤) إذا كانت $S = \{0, 1, 4, 7\}$ ، $V = \{1, 3, 5, 6\}$ ، E علاقة من S إلى V حيث

$A \in B$ تعني: $(A + B > 8)$ لكل $A \in S$ ، $B \in V$ اكتب بيان E ، ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

هل E دالة ولماذا؟

الحل: بيان $E = \{(1,0), (3,0), (5,0), (1,1), (3,1), (5,1), (1,4), (3,4)\}$

E ليست دالة لأن هناك بعض عناصر المجموعة الأولى ظهرت كمسقط أول أكثر من مرة في بيان العلاقة

٥) إذا كانت $s = \{1, 2, 4, 6, 10\}$ وكانت e علاقة على s حيث $a \in b$ تعني: (أ)
مضاعف b لكل $a \in s$ ، اكتب بيان e ، ومثلها لمخطط سهمي وآخر بياني. هل e
دالة ولماذا؟

الحل: (أ مضاعف لـ b) \leftarrow (أ يقبل القسمة على b)

بيان $e =$

$\{(1,1), (1,2), (1,4), (2,2), (2,4), (4,4), (1,6), (2,6), (6,6), (1,10), (2,10)\}$
 $\{(1,10)\}$

e ليست دالة لأن هناك بعض عناصر المجموعة الأولى ظهرت كمسقط أول أكثر من مرة
في بيان العلاقة

٦) إذا كانت $s = \{1, 2, 3, 6, 11\}$ وكانت e علاقة على s حيث $a \in b$ تعني: (أ) $+ 1$
(ب = عدد فردي) لكل $a \in s$ ، اكتب بيان e ومثلها بمخطط سهمي. هل e دالة؟

ولماذا؟

الحل: بيان $e =$

$\{(1,1), (1,2), (2,1), (3,1), (3,2), (6,1), (6,2), (6,3), (3,3), (1,3), (11,1), (11,3), (1,11)\}$
 $\{(1,1), (2,1), (3,1), (6,1)\}$